タイプとイデア
——幾何学的対象の存在論——

飯田 隆[1]

1 問題

> 「それならまた、このことも知っているだろう—彼らは目に見える形象を補助的に使用して、それらの形象についていろいろと論じるということを。ただしその場合、彼らが思考しているのは、それらの形象についてではなく、それを似像とする原物についてなのであり、彼らの論証は四角形**そのもの**、対角線**そのもの**のためになされるのであって、図形に描かれる対角線のためではなく、その他同様である。彼らが立体像として作るものや図形として描くものは、それだけとってみれば、それのまた影も水面の似像もあるような実物なのであるが、彼らはそのような実物を別の立場から、こんどは似像として用い、思考によってしか見ることのできないような**かの**ものを、それ自体として見ようと求めているのだ」
> 「おっしゃることはほんとうです」と彼は言った。
>
> 『国家』510D-511A[2]

ソクラテスがここで述べていることが、いわゆる初等幾何学における証明の際にわれわれが行うことの的確な記述であるということを否定するのはむずかしい。しかし、この記述は、実物とその似像という比喩に基づいている。問題は、こうした比喩を用いずに、こうした記述を理解できるかどうかということにある。そうできるかどうかは、ひとえに、「四角形そのもの」とか「対角線そのもの」と呼ばれているものが、はたして存在するのか、もしも存在するのならば、どのような仕方で存在するかという二つの問いに、十分な仕方で答えられるかどうかにかかっている。

以下では、この二つの問いへの答えがどのようなものであると私が考えるかを、できるだけ率直な仕方で述べ、次に、当然出てくると思われる疑問に順番に答え、最後に、ここでのような考察が現在の数学の哲学においても十分に意義があると考えられるのはなぜかを説明したい。ただし、二つの問いへの私の答から帰結する幾何学の見方が、ここでのソクラテスが念頭においているような見方とは大きくかけ離れたものとなるということは、はじめに断っておくべきだろう。

---

1 日本大学文理学部。E-mail: iida.takashi19@nihon-u.ac.jp
2 藤沢令夫訳、『プラトン全集　第十一巻』、一九七六年、岩波書店。

2　私の解答

二つの問いに対する私の答は、こうである。

> 第一に、「四角形そのもの」や「対角線そのもの」、一般的に「幾何学的対象」と私が呼ぶものは、存在する。第二に、そうした対象は、文字や語と同様のタイプ的存在者として存在する。実物と似像という関係は、タイプとトークンのあいだの関係にほかならない。

もう少し詳しく言えば、こうなる。

紙や黒板に書かれた四角形は、タイプとしての四角形の特定のトークンである。それは、紙に印刷されたり携帯の画面に表示された語が、タイプとしての語の特定のトークンであるのと同様である。タイプとしての語がそのトークンの集まりに還元できないのと同様に、タイプとしての四角形、つまり、幾何学的対象としての四角形は、そのトークンの集まりに還元できないから、幾何学的対象の存在は認められなければならない。

幾何学の証明において、たとえば、四角形の対角線を引くとき、われわれは、特定のトークンを操作することによって、タイプについて推論している。それは、われわれが、語の特定のトークンを用いて、タイプとしてのその語がもつ性質、その統語論的性質や意味論的性質を説明できるのと同様である。

3 いくつかの疑問とそれへの答

3.1 タイプ的存在者であろうが、「四角形」と呼ばれるような対象が存在すると認める必要はないのではないか。「四角形」という概念があれば十分ではないのか。

たしかに、われわれは身の回りの事物について、「四角い机」とか「まんまるなスイカ」といった具合に言う。このとき、「四角い」とか「まんまるな」が、そうした事物にある性質を帰属させる述語としてはたらいていることは疑いない。しかし、こうした述語は、日常の事物に適用される述語の常として、その適用の境界が明確ではない曖昧な述語である。「四角い」と呼ばれる机が、じつは、丸い四隅をもっているといったことは、よくある。その表面上のどの点も、その内部のある一点から等距離にあるといったスイカがはたして存在するだろうか。少しぐらいいびつであっても、全体として球状だと判断されるならば、「まるいスイカだ」と言うのが、日常の言葉づかいだろう。

物の形について語るためのわれわれの語彙は、主に二通りである。一方には、いま挙げた「四角い」、「まんまるな」や、「まっすぐな」、「まがった」、「まるい」といった

形容詞（いわゆる形容動詞も含む）があり、他方には、「四角形の」、「菱形の」、「楕円形の」といった、名詞から派生した表現がある。後者に現れる名詞が名詞であることをそのまま受け取るならば、それは形を指す名前だということになる。しかし、形とは何だろうか。

実際のところ、自然界には、幾何学で扱われるような単純な形は存在しない。そもそも、人工物であっても、幾何学的な意味で「三角形である」とか「球体である」と言えるものは存在しない。大森荘蔵がしばしば指摘していたように、幾何学に現れる三角形は、幅をもたない線や広がりをもたない点からできている。三角形の異なる辺は一点で交わるのでなくてはならず、したがって、この点が広がりをもっていることはできない。また、そのことから、辺となっている直線も幅をもちえないことがわかる。つまり、われわれが出会うことのできる具体的なものである限り、自然物であろうが人工物であろうが、その中には、幾何学に現れるような三角形や四角形は存在しないのである。つまり、誤解を招く言い方かもしれないが、三角形や四角形や球といった形は、人間が自然の中に「読み込む」仕方で発見されたものだと言ってよいと思われる[3]。

では、「四角形」とか「四角形である」といった表現は、多義的であって、日常の事物に関して使われ、それがあてはまるかどうかは程度問題であるような曖昧な述語と、幾何学のなかで使われる述語の二通りがあるのだと考えるべきなのだろうか。それでは、この二つの述語のあいだには何の関係もないのだろうか。しかし、幾何学は日常の事物と無関係なわけではない。幾何学が古代のエジプトにおける土地の測量から始まったという話はよく知られている。もしも「三角形の土地」と言うときの「三角形」と、幾何学の中で使われる「三角形」とが、たまたま同じ音をもっているだけの異なる二つの言葉だと言うのでは、幾何学の現実への応用という事実は、まったくの謎となってしまうだろう。

具体的な日常の事物に適用されるとともに、抽象的な対象にも適用される名前や述語というものを、われわれはもっている。それは、文字や語や文といった言語的対象について話すときにわれわれが用いる表現である。「日本語の単語である」とか「タガログ語の文だ」といった述語は、紙に印刷されたり携帯の画面に表示されて見ることができる具体物について言われることもあれば、そうした具体物が、そのトークンであるような抽象的存在であるタイプについても言われる（実際には、後者であることが多い）。「四角形」は、こうした種類の表現であって、それは、一方では、四角い形をもつ具体的事物である四角形のトークン——「目に見える形象」——を指す場合もあれば、他方では、抽象的存在である幾何学的対象——「四角形そのもの」——つまり、タイプとしての四角形を指す場合

3　人間以外の動物もまた物の形に気付いているだろう。しかし、そうした動物は、「四角形である」や「球体である」といった仕方で物を捉えることはないにちがいない。それは、人間以外の動物も原始的な数の「感覚」をもっているとしても、人間とは違って、数えることによって認識されるような数の観念をもっていないことと同様である。次を参照。Stanislas Dehaene, *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*, revised ed., 2011, Oxford University Press.

もある。

一般に、トークンは、一定の時、一定の場所に存在する時空的存在という意味で具体的なものであるのに対して、タイプは、特定の時や場所に存在するものではないので、非時空的な存在であるという意味で、抽象的対象であると考えられている[4]。しかしながら、どちらもフレーゲの言う意味での対象である。つまり、名前によって名指され、いくつあると言えるような種類の存在者である。

フレーゲの「概念」は、名前ではなく述語によって表される存在者であるが、「概念」という言葉はしばしば普遍者（universal）を指すと考えられてきた。たとえば、「善い」は、名前でなく述語であり、フレーゲ的な意味での概念を表すが、「善という概念」というような言い方がなされる場合、「善」は名詞であるから、それが表すものは普遍者という種類のフレーゲ的な意味での対象であるということになる。「概念」についてのこうした理解のもとでは、タイプとトークンの関係に何ら特別なものはなく、それは普遍者とその具体的事例との関係にほかならないと考えられるかもしれない。

しかし、タイプとそのトークンのあいだの関係を、普遍者とその個別事例のあいだの関係でしかないと考えることは、前者の関係の特殊性を見落とすことにつながる。タイプとそのトークンのあいだの関係は、少なくとも次の三点において、普遍者とその個別事例のあいだに一般的に成り立つ関係とは異なる。

(i) 今しがた述べたように、タイプとトークンは同じ名前で呼ばれる。たとえば、黒板に書かれた文字を見て、「『あ』が小さすぎる」と言うときに問題になっているのはトークンであるが、「『あ』は三回出てくる」と言うときに問題になっているのはタイプである。それに対して、普遍者とその事例は一般に同じ名前で呼ばれることはない。トロイのヘレンは普遍者「美」の個別事例であるかもしれないが、彼女は、その普遍者の名前と同じ名前で呼ばれるわけではない。

(ii) このこととかかわりがあるが、タイプとトークンが共有する名前 N は、そのトークンが与えられたとき、そのものが「何であるか」という問いへの答を与える。名前「あ」は、黒板に書かれたものは何かという問いへの答でありうる。それに対して、ある対象 x が普遍者 U の個別事例であるとしても、普遍者の名前「U」は、x は何か（だれか）」という問いへの答を与えるとは限らない。トロイのヘレンを見て、「これは何か（だれか）」と聞かれたとき、その答えは「美」ではないだろう。

4　しかし、どのようなタイプ的存在者も非時空的存在であると考えることが正しいとは私は思わない。ギリシア語や日本語といった特定の言語は、ある時期から存在し始め、ある時期に存在しなくなる、時間的な存在でもある。言語的トークンのみならず、言語的タイプもまた、非時空的存在ではなく、時空的存在であるとみなすべきであると私は考える。

(iii) この点はさらに次のような違いを生み出す。あるタイプのトークンであるような具体的対象が与えられたとき、その対象が何であるかを認知するためには、それがそのトークンとなっているタイプが何であるかを了解している必要がある。黒板に書かれている「あ」が、タイプ「あ」のトークンであると認めることができるためには、「あ」が日本語のひらがなのひとつであることを知っている必要があるだけでなく、日本語のひらがなというものがどのようにはたらくかを知っている必要がある。それに対して、トロイのヘレンをそのひととして認めることができるためには、彼女が普遍者「美」の個別事例であることを知っている必要はない。

幾何学の証明に現れるような四角形の図 F が、四角形という図形の単なる事例ではなく、タイプ四角形のトークンであるとみなしてよいことは、これら三つの条件が満たされていることによって確かめられる。第一に、われわれは、F を、「四角形」と呼ぶが、それは、F がその事例となっている図形の名前でもある。第二に、「四角形」は、F が何であるかの答を与える。第三に、「四角形」というタイプについての了解をもたず、F をタイプ「四角形」のトークンであると理解できないひとは、F を、単なる紙の上に印刷された模様であるとか、そこに書かれていることと何らかの仕方で関係する挿絵にすぎないと考えるだろう。つまり、そうしたひとは F が何であるかを理解できない。

３.２ 一般に、トークンが存在しなければタイプは存在しない。図形のなかには、そのトークンがたまたま存在しないものもあるだろう。そうすると、どのような図形が存在するかは、偶然的な事柄になってしまうだろう。

概念は、事例をもたなくとも存在しうる。概念は、それが矛盾を含むからと言って、じつは存在していないということにはならない。矛盾した概念であることがわかっただけのことである。この点で、概念とタイプとは根本的に違う。何かが日本語の単語であるならば、そのトークンが存在しているのでなくてはならない。もしもそのトークンがまったく存在しないのならば、それは単に、日本語の単語であったかもしれないもの、可能的には存在するが、現実には存在しない単語だということになる。

トークンは具体的事物であるから、その存在は偶然的なものである。タイプの存在がトークンの存在に依存するのであるから、どのようなタイプが存在するかどうかもまた、偶然的な事柄となる。タイプ的存在者は、時空を超えた存在ではあるが、すべての可能世界で存在するという意味での必然的存在者ではない。

「四角形そのもの」のような幾何学的対象は、タイプ的存在者であり、タイプ的存在者の存在は、そのトークンの存在に依存する。よって、幾何学的対象は、異なる可能世界において存在したり存在しなかったりする偶然的存在であるということになる。これは明ら

かにわれわれの通念に反する帰結ではないだろうか。

こうした疑念は、数学における必然性についての一般的通念に基づいている。そして、この通念は捨てられるべきだと私は考える。この一般的通念とは、数学的命題は、それが正しければすべての可能世界で真であるという意味で必然的な命題であるという考えである。これに対して、たとえば、幾何学的探究に関して、私は次のように主張する。

幾何学的探究の対象は、この世界に存在する幾何学的対象、すなわち、この世界においてそのトークンが存在するような幾何学的タイプには限定されない。幾何学が扱うのは、可能な幾何学的タイプの全体である。そして、どのような幾何学的タイプについても、そのトークンがそこで存在するような可能世界があると想定することは、理に適っている。

幾何学はたぶん、物の形を、その物とは独立に考察することから始まったのだろうが、そこでは、現実にそのトークンが存在する幾何学的タイプだけが考察の対象となったと考えてもおかしくない。しかしながら、幾何学が、数学的な学問となったのは、それが、現実に存在するタイプだけでなく、可能的に存在する幾何学的タイプの全体を考察の対象としたときだろう。

同様の事柄は、他の分野についても言える。経験的に出会われるある種類の現象を扱う分野があるとしよう。こうした分野が、「数学的」な分野となるひとつの仕方は、その扱う種類の現象が現実に出会われるものであるかどうかとは関係なく、その種類に属する可能な現象のすべてを研究の対象とすることだろう。たとえば、言語学は、過去現在未来のいずれかにおいて存在する言語にかかわる経験的科学であると考えられている。このように現実に存在する言語だけでなく、可能な言語の全体を研究対象とするような分野があれば、それを「数学的言語学」と呼ぶことは適切であると思われる[5]。

幾何学的対象は、すべての可能世界に存在する必要はない。いずれかの可能世界に存在すれば、それで十分である。幾何学的真理とは、すべての可能世界で成り立つ真理ではない。他の数学的命題と同様、幾何学的命題は、時制も様相ももたない。幾何学的真理について、それがいつ真であるかと問うことが無意味であるのと同様、それがどの可能世界で真であるかと問うことは無意味だと考えるべきである。

数学的真理が永遠の真理であるという言い方はあるかもしれない。しかし、この場合、「永遠の真理」とは、「すべての時点で真である」という意味ではなく、時間を超越した、つまり、いつ成り立つのかと問うことができないという意味だろう。同様に、数学的真理は必然的真理であるという主張を意味あるものとして解釈する方法は、「必然的真理」ということを「すべての可能世界で真である」という意味に解釈するのではなく、可能世界の全体をも超越した真理であると解釈することである。

5　ただし、「数学的言語学、数理言語学 mathematical linguistics」という名称の実際の使われ方は違う。

３.３　紙や黒板に書かれた図形が、あるタイプの図形である――そのトークンである――ということは、どうしてわかるのか。

一般に、タイプの認識とトークンの認識とは相互に依存する。言語表現の場合がわかりやすいだろう。文字、たとえば、漢字の「空」を考えよう。黒板に書かれているのが、漢字の「空」であると認める際には、次の二つが生じていなければならない。

(a) 黒板に書かれた「空」のトークンの知覚。
(b) 現在知覚されているトークン以外の、「空」のトークンの可能な知覚の「思い」。

言語的トークンの認識について、このモデルを私は、大森荘蔵による物体の知覚の分析に負う。この分析によれば、ある物体が物体として知覚されているときには、次の二つが生じていなければならない。

(a) ある視点からの物体の「正面」の知覚。
(b) 物体の、現在知覚されていないが、他の視点からは知覚可能となる面――背面、側面、底面など――の可能な知覚の「思い」。

物体の知覚の場合に、現在知覚されていないが知覚可能な側面をもつものとしての物体という観念が必須であるのと同様、言語的トークンの知覚の場合には、現在与えられている以外のトークンをもちうる言語的タイプという観念が必須である。未知の言語が話されるのを聞くとき、われわれは、その言語の語はおろか、その言語の音節もまた知らないゆえに、言語が話されていることを推測はできても、話されていることのなかに言語的トークンを認めることはできない。

幾何学的対象である「四角形」――ソクラテスが「四角形そのもの」と言うもの――と、そのトークンである目に見える図形――「補助的に使用される」「目に見える形象」――のあいだにも、言語的タイプとそのトークンとのあいだに成り立つのと同様の関係が成り立つ。つまり、黒板にチョークで書かれた図形を、四角形だと考えるときには、次の二つが生じていなくてはならない。

(a) 黒板に書かれた四角形のトークンの知覚。
(b) 現在知覚されているトークン以外の、四角形のトークンの可能な知覚の「思い」。

黒板上の図形を四角形のトークンとして見ることができるためには、四角形のタイプと

いう観念をもっているのでなくてはならない。もっと一般に、ある図形をある幾何学的タイプのトークンだとして見ることができるためには、ひとはそのタイプの観念をもっていなくてはならない。そうした観念はどこから来るのだろうか。

言語的タイプの観念は、言語を身に付けるなかで獲得されるものである。したがって、それは、こどもが生まれつきもつ言語能力と、そのこどもが育つ言語環境に由来すると考えるのが妥当だろう。ただし、このようにして、その観念が獲得される言語的タイプの中には文字は含まれないと思われる。通常、文字は、自然には習得されず、学習されなければならないからである。しかし、文字の習得が可能になるためには、物のもつ性質とは独立の形の観念が必要だろう。文字とは、図形の一種にほかならないからである。形の観念は、文字の習得と同時に獲得されるという可能性もあるが、たぶん、それに先立つと考えるのが自然だろう。

基本的な幾何学的タイプの観念は、物体の観念や、音節音の観念と同様、われわれ人間の心的能力の基礎となる観念として、アプリオリなものである。だが、そのことは、それが経験的な探究によって明らかにされうるということを排除しない。

3.4 四角形といってもさまざまな四角形がある。正方形や長方形もあれば、長方形のなかにも、異なる辺の比をもつさまざまなものがあるだろう。こうしたさまざまな四角形のすべてがタイプとして存在するのか。

ある具体的事物が同時に異なるタイプのトークンであることは、十分可能である。たとえば、

空が青い。

の先頭に印刷されているものは、ある漢字のトークンであると同時に、日本語のある単語のトークンでもある。

幾何学的タイプの場合にひんぱんに生じるのは、あるものがタイプ A のトークンであるならば、それは必ず別のタイプ B のトークンにもなっているという事態である。たとえば、あるものが長方形というタイプのトークンであるならば、それは必ず、四角形というタイプのトークンでもある。

一般に、タイプ A のトークンはすべてタイプ B のトークンでもあるとき、「A は B の下位タイプである」あるいは「B は A の上位タイプである」と言うことにしよう。そうすると、四角形というタイプは、長方形というタイプの上位タイプである。

また、異なる辺の比をもつ長方形の各々に応じて、異なるタイプ、つまり、幾何学的対象が可能的に存在することに、何ら反対する理由もない。そうしたタイプが現実に存在するかどうかは、先にも述べたように、そのトークンが存在するかどうかに依存する。

特定の比をもつ長方形のタイプが現実世界に存在するかどうか、つまり、そのトークンをわれわれがそれとして考察するかどうかは、われわれの関心に依存する。したがって、どのような幾何学的対象が現実に存在するかどうかは、われわれの関心に依存する。しかしながら、数学的学問としての幾何学においては、すべての可能な幾何学的対象が考察の対象であるから、異なる辺の比をもつ無数の長方形のタイプの全体もまた考察の対象である。

幾何学の証明においてよく見られる誤りは、ある幾何学的タイプについて成り立つ命題を証明したつもりが、その下位タイプについてのみ成り立つ命題であるという場合である。逆に、こちらは誤りというわけではないが、あるタイプについて成り立つとされる命題が、その上位タイプについても成り立つ場合もある。実際の証明で用いられている仮定が上位タイプについても成り立つときには、もとの証明がそれ自体で、上位タイプについての命題の証明でもある。

タイプが存在するためには、そのトークンが存在しなければならず、トークンは具体的事物であるのに対して、タイプは抽象的対象であるから、タイプのタイプのようなものはありえない。あるタイプの上位タイプはありうるが、「タイプのタイプ」といった高次のタイプのようなものはない。

３.５　完全な「あ」といったものをわれわれは考えないが、完全な四角形を考えることはするのではないか。

何かが、ひらがなの「あ」のトークンであるための条件とは何だろうか。それが、ある形をもつことはもちろん条件のひとつだが、その形は唯一に決まっているわけではない。また、「あ」の形をしているかどうかの境界は曖昧である。何かが「あ」のトークンであるための、もうひとつの重要な条件は、それが「あ」のトークンであることを意図されて生み出されたものであることである。そうした意図があったかどうかを知ることは、紙のうえの模様が、そもそも文字なのかという判断にとって重要である。ただし、「あ」のトークンとして意図されたらしいとわかったとしても、まちがえて別の字を書いてしまったかもしれないという可能性もないわけではないから、意図によってすべてが決まるわけではない。

四角形のような幾何学的対象の場合も、そのトークンについては、同様のことが言える。四角形のトークンとみなされるだけの形をしているかどうかの境界は曖昧であり、また、四角形のトークンであるかどうかは、それが四角形のトークンとして意図されているかどうかに大きく依存する。それでも、四角形の場合には、与えられた図形のあいだで、より「完全」かどうかといった評価ができるように思われる。たとえば、こちらの図形の線の方が、こちらの図形の線よりもまっすぐであるといったことで、前者の方がより完全な四角形に近いという具合に言うことは、通常なされることである。

「完全な四角形」とは、幅のない線と大きさをもたない点からできているから、目で見ることはできない。幾何学を学ぶ者は、目に見える四角形から目に見えない四角形に導かれると考えたくなるかもしれない。しかしながら事態はその正反対であると私は考える。ひとはむしろ、目に見えない四角形から、目に見える四角形に導かれるのである（そして、こうした考え方はひょっとするとプラトンに近いのかもしれない）。

幾何学者が四角形を黒板や地面の上に描くとき、彼女の手は、目に見えない四角形に導かれている。彼女は、実際に描かれた四角形と寸分違わない図形を描こうと意図したのではない。実際に描かれた図形が、彼女の意図を実現しているかどうかは、彼女がその図形を四角形として見る――大森荘蔵の言葉を借りれば、四角形の「思いをこめて」見る――ことができるかどうかによる。彼女以外の者にも、それが可能であれば、彼女はその者に対して、その図形を用いて証明を行うことができる。このすべての過程は、目に見えない四角形から始まる。

他方、自然の事物に四角形を見出す場合はどうか。まず指摘できることは、「自然の事物」のなかに人工物をいっさい含めないならば、四角形をみつけることはそれほど簡単ではないということである。3.1 節ですでに述べたように、自然界に存在する事物はどれも単純な形をもってはいない。第一、物の形ということでわれわれが理解していることは、その物の輪郭といったものだろうが、われわれが「物の輪郭」とするものは、極端なことを言えば、実際には存在しない。なぜならば、どんなになめらかに見える表面であっても、完全な平面ではないからであり、したがって、そうした表面を正確に再現するような線は、われわれの能力を越える複雑なものになるからである。われわれが、物の輪郭と呼んでいるものは、われわれの限られた能力のなかに収まるような単純な図形の組み合わせを、物にあてはめたものにすぎない。よって、自然界の事物に四角形を認めるとき、それはわれわれによって、そこに読み込まれたものでしかない。つまり、ここでも、目に見える四角形がそもそも存在するためには、目に見えない四角形が先にあるのではなければならないのである。

一般にタイプとトークンの区別がもっともよくあてはまるものは、人工物である。音楽作品や文学作品のような芸術作品、大量生産される商品などはもちろん、言語もまた、人間によって作られたものである。幾何学的対象もまた、人工物であるならば、そこにタイプとトークンの区別を見出すことに不思議はないだろう。

４　幾何学と数学的プラトニズム

現代の数学の哲学において幾何学が取り上げられることは、比較的まれである。その理由として二つの事情を挙げることができる。

第一に、デカルトの解析幾何学に始まり、十九世紀における解析学の算術化、さらには、

二十世紀における数学全体の集合論による統合といった、数学内部の一連の変化の結果、幾何学は、図形を扱う数学の部門という特徴づけを失い、より抽象的な分野のなかに解消されてしまったという印象がある。

第二に、一般相対論の出現をきっかけに、幾何学は、時空の構造を記述するために不可欠の手段として、物理的理論の一部とみなされるようになり、幾何学についての哲学的考察は、むしろ物理学の哲学の一部であるという態度が広まったことがある。

現代の数学の哲学における中心的な係争点は、長いあいだ、「数学的プラトニズム」と呼ばれる立場の妥当性にあった。こうした議論は多くの場合、哲学的観点からみるとき、数学は集合論に集約されるという前提のもとになされている。集合論の対象である集合は、非時空的な抽象的対象であるから、数学の探究対象は抽象的対象である。「数学的プラトニズム」と呼ばれるのは、数学とは、抽象的対象から成る領域において成り立つ真理を発見することだと考える数学観である。この数学観は、数学者の多くから、実際に数学を行うときの感覚に合うものとして歓迎される傾向にある。しかしながら、時空の中に存在せず、それゆえわれわれと交渉をもてるはずのない対象について、われわれが何かを知るということは、どのようにして可能なのだろうか。数学の存在論と認識論とのあいだに存在するこうした齟齬こそが、数学が提起するもっとも大きな哲学的問題であると考えられてきた。

しかしながら、こうした議論の枠組みを見直すべき二つの理由がある。

第一に、異なる分野の理論は建前上は集合論に統合されるとしても、数学という名称のもとに行われている探究は、その対象についても、その方法についても、大きな多様性をもっている。ウィトゲンシュタインのように、数学とは「雑多な証明テクニックの寄せ集め」[6]にすぎないとまでは言わないとしても、数学の異なる分野のすべてを集合論に解消してしまうのは、数学の実際の状況を極度に単純化することだろう。現場の数学者が数学的プラトニズムに寄せる共感は、集合の存在への確信に基づくのではなく、自身が探究している分野の客観性への確信に基づくものだと思われる。

第二に、数学的事柄をわれわれがどのようにして認識するかという問いは、もっと具体的に、つまり、認知科学を初めとする経験科学から得られる知見も動員する形で探究される必要がある[7]。こうした探究において中心となるのは、集合の概念ではなく、むしろ、物の数を数えたり測ったり、物の形を認知したりするわれわれの心的活動と、自然数や実数や幾何学的対象とのあいだの関係だろう。

6　“[E]in BUNTES *Gemisch* von Beweistechniken”（*Remarks on the Foundations of Mathematics*, 3rd ed., III-46）. 次をも参照。Ian Hacking, *Why Is There Philosophy of Mathematics at All?*, 2014, Cambridge University Press, p.57.

7　そうした探究の実際の例として、注 3 で挙げた文献の他に、次を挙げることができる。Marcus Giaquinto, *Visual Thinking in Mathematics. An Epistemological Study*, 2007, Oxford University Press.

幾何学、とりわけ、日常的な形の認知と密接な関係をもつ幾何学[8]について改めて考えることの重要性は、この点にある。それゆえ、私が冒頭に掲げた『国家』からの一節は、現在の数学の哲学の場面においても、その意義をまったく失っていない。

この一節のもつ説得力はどのように説明されるべきだろうか。幾何学的対象の存在性格について私がここで提案した見方が唯一の方法であるとは、もちろん言えないだろう。しかしながら、幾何学的図形を、その具体的トークンを通じて認識されるタイプ的存在者と考えることは、われわれの幾何学的認識の基礎にあるものが、われわれの言語能力を構成するものと同様の能力であるとする点において、数学的知識のもつ神秘性を軽減する力をもつのではないだろうか。

後記

以上は、2017 年 9 月に学習院大学で開催されたギリシャ哲学セミナーで話すために用意した原稿に、二箇所、修正と補足を加えたものである。二箇所とは、3.1 節の終わりと 3.5 節の終わりである。いずれも、その場で頂いた質問に答える意図のもとで行った修正と補足であるが、まだ十分でないことは承知している。質問および意見を寄せて頂いた方々に深く感謝する。

ここで行ったような考察は、この十年以上にわたって私が取り組んでいる二つの主題のうちのひとつ、タイプとトークンの存在論と認識論に属するものである（もうひとつの主題は、量化表現を中心とした日本語の意味論である）。この主題について私が最初に論じたのは、次である。タイプとトークンという区別についての私の基本的理解もまた、ここに含まれている。

『言語哲学大全 IV 真理と意味』（二〇〇二年、勁草書房）1.1 節。

その後に書かれた、タイプとトークンの存在論と認識論を主題とした私の論文としては、以下のものがある。いずれも、私のウェッブサイト

http://dep.chs.nihon-u.ac.jp/philosophy/faculty/iida/pub.html

---

8　この幾何学がユークリッドなのか非ユークリッドなのかという疑問が出て来るのは当然である。この点についての議論は改めて行う必要があるが、当面、次のように言えるだろう。知覚を初めとする日常的な場面での形の認知は、ユークリッド的な幾何学に従うと考えて差し支えない。平行線の公理の妥当性が問題となるのは、巨大なスケールでの　考察が問題となるときであり、知覚の場面においては、ユークリッドか非ユークリッドかという問題は生じない。この点については、次を参照。James Hopkins, “Visual geometry” *The Philosophical Review* 82（1973）3-34.

からダウンロードできる。とりわけ、2 は、今回の話題と重なる部分が多い。

1 "How Are Language Changes Possible?"（2009）, in: M. Okada（ed.）, *Ontology and Phenomenology: Franco-Japanese Collaborative Lectures*, Keio University, Open Research Centre for Logic and Formal Ontology, pp. 75-96.

2 "Perceiving Abstract Objects: Inheriting Ohmori Shozo's Philosophy of Perception"（2011）, in: S. Watanabe（ed.）, *Logic and Sensibility*, 2012. Keio University.

3 "On the Concept of a Token Generator"（2013）, *Annals of the Japan Association for Philosophy of Science* 21, pp. 37-55.

今回、この原稿の修正・補足の過程で、新しく気付いたのは、幾何学の証明に現れる図形を、幾何学の証明の際に用いられる言語の一部とみなすという可能性である。もしもそうであるならば、こうした図形は、通常の言語を構成する語や文と同じ種類の存在者であると考えることは自然だろう。

そう考えて思い出したのは、図形推論（Diagrammatic Reasoning）についての最近の研究である。オイラー図やヴェン図といった図形を用いて三段論法のような推論を表現することは昔から知られていたが、こうした図形を、論理式と同等のはたらきをするものと考えて、式から独立した、それだけで完結した論理体系を構成しようという試みが現在盛んである。そうした研究の重要な一部を成すのは、ユークリッド『原論』における図形の役割の再検討である。もちろん、『原論』が成立したのは、プラトンよりも後のことであるが、それに至る過程の、いわば「原－原論」はプラトンのアカデミアでよく知られていたにちがいない。こうした方向から、ここに取り上げた『国家』の一節の見直しということも可能かもしれない。